

**Série d'exercices n° 1 : Composition des applications et Polynômes****Exercice 1 :**

Dans chacun des cas, montrer que  $P(\alpha) = 0$  puis factoriser  $P(x)$  par  $(x - \alpha)$  par la méthode de Hörner :

- $P(x) = -3x^3 + x^2 + 8x + 4$  ;  $\alpha = -1$
- $P(x) = -6x^3 + 7x^2 + 14x - 8$  ;  $\alpha = \frac{1}{2}$
- $P(x) = -x^4 - 2x^3 + x + 2$  ;  $\alpha = 1$

**Exercice 2 :**

Soit  $P(x) = -2x^3 + 5x^2 - 3x + 2$ .

- Vérifier que 2 est une racine de  $P$ .
- En déduire une factorisation de  $P(x)$  par la méthode de Hörner.
- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :
  - $P(x) = 0$  ;
  - $P(x) \leq 0$  ;
  - $P(x) = 2$ .

**Exercice 3 :**

On donne  $P(x) = ax^3 + 5x^2 - bx - 6$ , où  $a$  et  $b$  sont des réels.

- Déterminer  $a$  et  $b$  tels que  $P(-1) = 0$  et  $P(2) = 0$ .
- Factoriser  $P(x)$  en produit de facteurs du premier degré.
- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :
  - $P(x) = 0$  ;
  - $P(x) \leq 0$  ;
  - $P(x) = x - 6$ .

**Exercice 4 :**

Soit le polynôme  $P(x) = -x^4 - 2x^3 + x + 2$ .

- Vérifier que 1 et  $-2$  sont des racines de  $P$ .
- En déduire une factorisation de  $P(x)$  par la méthode de Hörner.
- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :
  - $P(x) = 0$  ;
  - $P(x) > 0$ .
- On donne  $H(x) = \frac{P(x)}{x^2 + 5x + 6}$ .

- Donner le domaine de définition  $D_H$  de  $H$ .
- Simplifier  $H(x)$  sur  $D_H$ .
- Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , l'inéquation  $H(x) \geq 0$ .

**Exercice 5 :**

A. Soit  $P(x) = -2x^3 + 5x^2 + 2x - 5$ .

- Vérifier que  $-1$  est une racine de  $P$  puis en déduire une factorisation de  $P(x)$ .
- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :
  - $P(x) = 0$  ;
  - $P(x) \geq 0$  ;
  - $P(1 - 4x) = 0$

B. On donne  $Q(x) = \frac{P(x)}{x^2 - 9x - 10}$ .

- Déterminer le domaine de définition  $D_Q$  de  $Q$ .
- Simplifier  $Q(x)$  sur  $D_Q$ .
- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :
  - $P(x) = 0$  ;
  - $P(x) \leq 0$  ;
- Déterminer les réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que, pour tout  $x \in D_Q$ , on a :

$$Q(x) = ax + b + \frac{c}{x - 10}.$$

**Exercice 6 :**

Dans chacun des cas suivants, déterminer les fonctions composées  $f \circ g$  et  $g \circ f$ .

- $f(x) = -x + 5$  et  $g(x) = 2x^2 - 3x - 2$  ;
- $f(x) = -x^2 + 5$  et  $g(x) = \sqrt{x + 5}$  ;
- $f(x) = x^2 + 5x - 2$  et  $g(x) = 2x$ .

**Exercice 7 :**

On considère la fonction numérique  $g$  définie par :

$$g(x) = \frac{2x + 2}{x - 1}$$

Soit une fonction  $f$  définie par :  $f(x) = 5x + b$

- Calcule  $g \circ f(x)$  en fonction de  $b$ .
- Déterminer  $b$  tel que  $g \circ f(1) = 6$

**Exercice 8 :**

Dans chacun des cas suivants déterminer  $f \circ f$  :

a)  $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$

b)  $f(x) = \frac{x}{x-1}$

---

« *En mathématiques, on ne comprend pas les choses, on s'y habitue* »

John Von Neumann

2M1E

## Série d'exercices n° 2 : Limite – Continuité – Dérivation

### Exercice 1

Dans chacun des cas, calculer les limites de la fonction  $f$  en  $-\infty$  et  $+\infty$ .

- $f(x) = x^5 + 7x^4 - 45$
- $f(x) = -11x^4 + 9x^3 - 5x^2 + 9$
- $f(x) = \frac{5x-1}{x+1}$
- $f(x) = \frac{-3x^2+5x+2}{x^3-2x+8}$
- $f(x) = \sqrt{x+6}$
- $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$

### Exercice 2

Etudier la limite en  $x_0$  de la fonction  $f$  dans les cas suivants

- $f(x) = -x^2 + 5x - 61 ; x_0 = -2$
- $f(x) = \frac{x^2-1}{x+1} ; x_0 = -1$
- $f(x) = \frac{2x^2+3x+1}{-x^2-4x+5} ; x_0 = 1 ; x_0 = -5$
- $f(x) = \frac{x-9}{\sqrt{x}-3} ; x_0 = 9$

### Exercice 3

Déterminer le domaine de définition  $Df$  de  $f$ , calculer les limites aux bornes de  $Df$  puis préciser les asymptotes éventuelles de la courbe représentative (C) de  $f$  parallèles aux axes.

- $f(x) = x^2 - x - 24$
- $f(x) = -6x^3 + x^2 - 27x + 1$
- $f(x) = \frac{x^2+3x-1}{x^2-x-6}$
- $f(x) = x - \frac{2}{x}$
- $f(x) = \sqrt{x+3}$
- $f(x) = \frac{3x-1}{4x^2+1}$
- $f(x) = \frac{4-x}{3x+1}$
- $f(x) = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$

### Exercice 4

Montrer que la droite (D) est une asymptote oblique à la courbe de (C) de  $f$ .

- $f(x) = \frac{x^2-3x-1}{x} ; (D) : y = x - 3$
- $f(x) = \frac{x^2+x-6}{x-1} ; (D) : y = x + 2$

$$3) f(x) = \frac{x^2+x-2}{x+1} ; (D) : y = x$$

### Exercice 5 : Continuité

$$\text{Soit } f(x) = \frac{x^2-1}{x+1}.$$

- $f$  est-elle continue en  $1 ; -1$  ?
- Montrer que  $f$  admet une limite finie en  $-1$ .

**NB :** On conclut que  $f$  est prolongeable par continuité en  $-1$ .

### Exercice 4 : Dérivation

- Dans chacun des cas suivants, calculer en utilisant la définition, le nombre dérivé de la fonction  $f$  en  $x_0$ .
  - $f(x) = -x^2 + 4x ; x_0 = 1$
  - $f(x) = \frac{x-3}{x} ; x_0 = -1$
- Déterminer  $f'(x)$  dérivée de  $f$  puis l'ensemble des nombres réels où  $f$  est dérivable.
  - $f(x) = 4x^2 + 8x - 5$  ; b)  $f(x) = -x^3 + 3x - 1$  ;
  - $f(x) = -1 + \frac{2}{x-3}$  ; d)  $f(x) = \sqrt{\frac{3x-1}{x-1}}$  ;
  - $f(x) = \frac{x^2-3x+1}{x^3-5x^2+1}$  ; f)  $f(x) = (x^2 - 3)(3x - 1)$  ;
  - $f(x) = (3x^2 - x + 1)^4$

### Exercice 5 : Etude de fonctions

Soit  $f(x) = \frac{x^2-2x+5}{x-1}$  et (C) sa courbe représentative dans le plan.

- Déterminer  $Df$  puis calculer les bornes aux bornes de  $Df$ . Préciser une éventuelle asymptote à (C).
- Calculer  $f'(x)$  puis étudier son signe.
- a- En déduire le sens de variation de  $f$ .  
b- Dresser le tableau de variation de  $f$ .
- Trouver trois réels  $a, b$  et  $c$  tels que  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$ .  
En déduire que la droite ( $\Delta$ ):  $y = x - 1$  est asymptote oblique à (C).
- Tracer ( $\Delta$ ) et (C) dans le même repère.

« Les mathématiques, si on les regarde comme il faut, possèdent non seulement la vérité, mais une suprême beauté. »

Devoir surveillé n° 1 du premier semestre**Exercice 1 : (4pts)**

Dans chacun des cas suivants déterminer les composées  $f \circ g(x)$  et  $g \circ f(x)$  des fonctions numériques  $f$  et  $g$  :

a)  $f(x) = 2x^2 - 1$  et  $g(x) = \sqrt{2x + 6}$  (1pt+1pt)

b)  $f(x) = \frac{2}{x+2}$  et  $g(x) = 3x - 3$  (1pt+1pt)

**Exercice 2 : (8pts)**

1. Calculer les limites suivantes :

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1}$  ; (1pt)

c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3x^5 + 7x^4 - x^3 + 5x - 12$  (1pt)

b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - 3x^5 + 2x + 12x^{121}}{2 + x - x^3 + x^{118}}$  ; (1pt)

d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}$  (1pt)

2. Déterminer  $f'(x)$  dérivée de  $f$  puis l'ensemble des nombres réels où  $f$  est dérivable.

a)  $f(x) = -x^3 + 3x - 1$  (1pt)      b)  $f(x) = \sqrt{\frac{3x-1}{x-1}}$  (1pt)

c)  $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{x^3 - 5x^2 + 1}$  (1pt)      d)  $f(x) = (x^2 - 3)(3x - 1)$  (1pt)

**Exercice 3 : (8pts)**

On considère les polynômes  $f(x)$  et  $g(x)$  suivants :

$$f(x) = -x^3 + 2x^2 + 4x - 8 \text{ et } g(x) = x^3 - 8.$$

1°) Montrer que 2 est racine commune à  $f(x)$  et  $g(x)$ . (1pt+1pt)

2°) Factorise  $f(x)$  et  $g(x)$ . (1pt+1pt)

3°) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :

a)  $f(x) > 0$  ; b)  $g(x) < 0$  ; c)  $f(x) + g(x) = 0$  (0,5pt+0,5+0,5)

4°) On pose  $q(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

a) Déterminer l'ensemble de définition  $D_q$  de  $q$  ; puis simplifier  $q(x)$  dans  $D_q$ . (0,5pt+0,5pt)

b) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $|q(x)| = 1$ . (0,75pt)

c) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation :  $q(x) \geq 0$ . (0,75pt)

### Série d'exercices n° 3 : ETUDE DE FONCTIONS

#### Exercice 1 : (Bac 2011, 2<sup>e</sup> groupe série L)

Soit  $f$  la fonction numérique définie par  $f(x) = \frac{2x-3}{x+1}$

- 1) Déterminer l'ensemble de définition Df de  $f$
- 2) Déterminer les limites de  $f$  aux bornes de Df puis préciser les asymptotes
- 3) Montrer que le point I (-1 ; 2) est un centre de symétrie de (Cf)
- 4) Déterminer la fonction dérivée  $f'$  de  $f$ , puis dresser le tableau de variation de  $f$
- 5) Déterminer les points d'intersections de (Cf) avec les axes de coordonnées
- 6) Etudier la position de (Cf) par rapport à son asymptote horizontale sur Df
- 7) Tracer Cf et les asymptotes dans un repère orthonormal (O ; i ; j)

#### Exercice 2 : (Bac 2016, 2<sup>e</sup> groupe)

On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{3-2x}{x+1}$

- 1) Déterminer Df, l'ensemble de définition de  $f$  puis calculer les limites aux bornes de Df en précisant les éventuelles asymptotes à la courbe (Cf) de  $f$ .
- 2) Déterminer la dérivée  $f'$  et préciser son signe
- 3) Dresser le tableau de variation de  $f$
- 4) Déterminer les coordonnées des points d'intersections de (Cf) avec les axes du repère
- 5) Tracer Cf et les asymptotes dans un repère orthonormal (O ; i ; j)

#### Exercice 3 : (Bac 2015, 2<sup>e</sup> groupe)

Soit  $f(x) = \frac{x^2-5x+2}{x-1}$  et (Cf) sa courbe représentative

- 1) Déterminer Df, l'ensemble de définition de  $f$  puis calculer les limites aux bornes de Df
- 2) Montrer que pour tout  $x \in Df$ ,  $f(x) = x - 4 - \frac{2}{x-1}$
- 3) Montrer que la droite (D) d'équation  $y = x - 4$  est une asymptote pour la courbe (Cf)
- 4) Montrer que le point A(1 ; -3) est centre de symétrie pour la courbe (Cf)
- 5) Déterminer la dérivée  $f'$  de  $f$ , puis dresser le tableau de variation de  $f$
- 6) Tracer Cf et les asymptotes dans un repère orthonormal (O ; i ; j)

#### Exercice 4 : (Extrait du Bac L, session de remplacement, 1<sup>er</sup> groupe, Sénégal, 2009).

I) Soit la fonction numérique  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = ax^3 + bx - 2$  où  $a$  et  $b$  sont des nombres réels. (Cf) sa représentation graphique dans un repère orthonormé, unité 1cm.

- 1) Déterminer la dérivée  $f'$  de  $f$ .
- 2) Déterminer les réels  $a$  et  $b$  sachant que :  $f'(0) = -3$  et  $f'(1) = 0$ .

II) On pose  $a = 1$  et  $b = -3$ ;

- 1) Etudier les variations de  $f$  et dresser son tableau de variation.
- 2) Montrer que le point S(0, -2) est centre de symétrie de la courbe (Cf).
- 3) a) Déterminer les abscisses des points d'intersection de la courbe (Cf) avec l'axe des abscisses.  
b) Déterminer une équation de la tangente à (Cf) en chacun de ces points.

4) Construire les tangentes puis la courbe  $(Cf)$  dans le repère.

**Exercice 5 : Extrait du Bac L 1<sup>er</sup> groupe, Sénégal, 2008.**

Soit  $f$  la fonction numérique de la variable réelle  $x$  définie :  $f(x) = \frac{x^2+x-2}{x+1}$ .

On appelle  $(Cf)$  la représentation graphique de  $f$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , unité graphique : 1cm.

- 1) Déterminer l'ensemble de définition  $Df$  de  $f$ . Puis étudier les limites de  $f$  aux bornes de  $Df$ .
- 2) a) Montrer que la droite (D) d'équation  $y = x$  est une asymptote oblique à  $(Cf)$  et préciser l'autre asymptote.  
b) Etudier la position de  $(Cf)$  par rapport à (D).
- 3) Montrer que le point  $S(-1;-1)$  est centre de symétrie de  $(Cf)$ .
- 4) Déterminer pour tout  $x \in Df$ ,  $f'(x)$ , puis établir le tableau de variation de  $f$ .
- 5) a) Montrer que  $(Cf)$  rencontre l'axe des abscisses aux points A et B d'abscisses respectives  $x_A = -2$  et  $x_B = 1$ .  
b) Donner une équation de la tangente à  $(Cf)$  en A, puis une équation de la tangente à  $(Cf)$  en B.
- 6) Construire  $(Cf)$ , les asymptotes et les tangentes en A et en B.

---

**« Douter de tes pouvoirs, c'est donner du pouvoir à tes doutes.  
Au fur et à mesure que tu travailles dur, tu finiras par surpasser tous les obstacles durs et à coup sûr, tu  
obtiendras des résultats sûrs. »**



Combien peut-on former de codes comportant 3 lettres distinctes suivies de deux chiffres distincts ?

**Exercice 8 :** On lance « fois un dé à six faces numérotées de 1 à 6 et l'on note successivement les chiffres obtenus sur la face supérieure.

- 1) Déterminer le nombre de résultats comportant 3 chiffres identiques.
- 2) Déterminer le nombre de résultats comportant 3 chiffres distincts.
- 3) Déterminer le nombre de résultats comportant exactement 2 chiffres identiques.
- 4) Déterminer le nombre de résultats pour lesquels la somme des chiffres obtenus est égale à 6.

**Exercice 9 :** On considère un jeu de 32 cartes.

Déterminer le nombre de mains différentes de 5 cartes dans les cas suivants :

- 1) les 5 cartes sont quelconques ;
  - 2) les 5 cartes sont de la même « couleur » ;
  - 3) il y a exactement 2 Rois parmi les 5 cartes ;
  - 4) il y a au moins 3 Dames parmi les 5 cartes ;
  - 5) il y a plus de 2 Valets parmi les 5 cartes.
- 

WVAF

Série d'exercices sur :

**Chapitre VI : Probabilité**

**Exercice 1 :**

Un jeu consiste à tirer une main de 5 cartes dans un jeu de 32 cartes. On considère les évènements A, B, C, D et E suivants :

A : « Avoir exactement deux rois »

B : « Avoir au moins un roi »

C : « Avoir au plus trois as »

D : « Avoir exactement 1 roi et 1 as »

E : « Avoir une main contenant au moins 1 carte de chaque couleur »

Calculer  $\text{card}(A)$ ,  $\text{card}(B)$ ,  $\text{card}(C)$ ,  $\text{card}(D)$ , et  $\text{card}(E)$ .

Définis l'univers  $\Omega$  associé à l'expérience ci-dessus puis calculer son cardinal. En déduire la probabilité de chacun des évènements A, B, C, D et E.

**Exercice 2 :**

Un sac contient 10 boules : 2 vertes, 3 jaunes et 5 rouges. Nous allons procéder à deux épreuves, chaque fois avec l'hypothèse d'équiprobabilité

1°) 1<sup>ère</sup> épreuve : On tire simultanément, au hasard 3 boules du sac.

a) Quel est l'univers  $\Omega_1$  associé à cette épreuve ? Calculer son cardinal.

b) Calculer  $P(A)$  et  $P(B)$  où A et B sont respectivement les évènements : « Obtenir 1 jaune et 2 rouges » et « obtenir au moins 1 rouge ».

2°) 2<sup>é</sup> épreuve : On tire successivement avec remise, au hasard 3 boules :

a) Quel est l'univers  $\Omega_2$  associé à cette épreuve ? Calculer son cardinal

b) Calculer  $P(C)$  et  $P(D)$  où C et D sont respectivement les évènements : « obtenir 1 jaune suivie de 2 rouges » et « obtenir 1 jaune ainsi que 2 rouges »

**Exercice 3 :**

Dans une association de 20 membres dont 12 hommes et 8 femmes on veut former un bureau composé d'un président, d'un secrétaire et d'un trésorier.

a) Définir l'univers et calculer son cardinal.

b) Quelle est la probabilité de rencontrer un comité présidé par un homme ?

c) Quelle la probabilité de rencontre un comité formé des personnes de même sexe ?

d) Quelle est la probabilité de rencontrer un comité composé au moins d'une femme ?

#### **Exercice 4 : (Extrait composition TL 2018 cas-cas)**

Des observateurs estiment que les huit équipes suivantes sont favorites pour la coupe du monde 2018 : Le Brésil, l'Argentine, l'Allemagne, l'Espagne, la Belgique, la France, l'Angleterre et le Sénégal.

On s'intéresse aux quatre premières places dans l'ordre.

- 1) De combien de façons peut-on classer les huit équipes pour les quatre premières places ?
- 2) Calculer la probabilité des événements suivants :
  - a) A : « Une équipe d'Amérique du Sud remporte la coupe. »
  - b) B : « Deux équipes européennes sont première et deuxième. »
  - c) C : « Les deux premières équipes ne sont pas du même continent. »

---

**« Il ne suffit pas d'avoir de bons outils, encore faut – il savoir s'en servir !!! »**

WVAF

Devoir surveillé N° 1 de Mathématiques du second semestre

Durée : 2H

NB : Il sera tenu compte dans l'appréciation des copies, de la présentation, de la clarté, de la rigueur et de la concision de la rédaction.

Présentation : 1pt

**Exercice 1 : 5pts**

Pour une épreuve orale 3 professeurs d'histoire et géographie X, Y, Z proposent chacun un sujet d'histoire et un sujet de géographie. Chaque candidat doit traiter obligatoirement au hasard 2 sujets.

- 1) Quel est le nombre de choix possibles pour le candidat ?
- 2) Doudou étant un candidat, déterminer le nombre de choix pour :
  - a) qu'il choisisse les 2 épreuves de l'enseignant Y ?
  - b) qu'il choisisse deux épreuves de Géographie ?
  - c) qu'il choisisse deux épreuves proposées par deux enseignants différents ?

**Exercice 2 : 6pts**

Un jury de 3 membres composé d'un président, d'un vice-président et d'un assesseur tirés au sort parmi un groupe de 30 personnes (12 femmes et 18 hommes).

- 1) Combien de jurys peut-on constituer ?
- 2) Combien de jurys peut-on constituer sachant que :
  - a) le poste de vice-président doit être occupé par une femme.
  - b) le président est une femme et l'assesseur un homme.
  - c) le président et le vice-président sont de sexes différents.

**Exercice 3 : 8pts**

Un touriste revient de vacances avec 15 films, 2 films de photographies d'Italie, 8 films de photographies du Sénégal et 5 films de photographie du Niger.

Aucune marque distinctive ne permet d'identifier les films.

Le touriste décide de faire développer 11 films parmi les 15 films. (On donnera les résultats sous forme décimale approchée à  $10^{-4}$  près).

- 1) Combien y a-t-il de choix différents possibles de 11 films parmi 15 ?
- 2) Quelle est la probabilité pour que, parmi les 11 films développés, il y ait :
  - a) Tous les films sur le Sénégal ?
  - b) Aucun film sur l'Italie ?
  - c) Autant de films sur le Sénégal que sur le Niger ?
  - d) Deux fois plus de films sur le Niger que sur l'Italie ?

SÉRIE D'EXERCICES SUR :  
CHAPITRE V : FONCTION LOGARITHME NÉPÉRIEN

**Exercice 1 :**

Calculer les limites suivantes :

a)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln \sqrt{x}$    b)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x^2$    c)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x}$   
d)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1+x)}{x}$    e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^2}$    f)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x^2}{x}$   
g)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(2x+3)}{\ln x}$  ; h)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln \frac{1}{x}$   
i)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \left( \frac{1+x}{x} \right)$    j)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln \left( \frac{1-x}{x} \right)$

**Exercice 2 :**

Résoudre les équations et inéquations suivantes :

a)  $\ln(5 - 2x) = 0$    b)  $\ln(2x + 1) = \ln(3 - x)$   
c)  $\ln(2x - 3) + 2 \ln(x + 1) = \ln(x - 1)$   
d)  $\ln(x^3 - x + 1) \geq \ln(2 - x)$   
e)  $-\ln^2 x - 2 \ln x + 3 \geq 0$    f)  $\ln x^2 \leq 1$

**Exercice 3 :**

Résoudre les systèmes suivants :

a)  $\begin{cases} 2 \ln x + \ln y = 1 \\ 5 \ln x + 3 \ln y = 4 \\ \ln x \ln y = -15 \\ \ln(xy) = -2 \end{cases}$    b)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 29 \\ \ln x + \ln y = 10 \end{cases}$    c)

**Exercice 4 :**

Pour chacune des fonctions suivantes :

- 1) Déterminer son domaine de définition Df puis calculer les limites aux bornes de Df.
  - 2) Calculer  $f'(x)$  puis dresser son tableau de variation.
- a)  $f(x) = \ln(x^2 - 2x + 1)$    b)  $f(x) = \frac{(\ln x)^2}{x}$   
c)  $f(x) = \ln \left( \frac{2x-1}{x+1} \right)$    d)  $f(x) = x \ln x - x$   
e)  $f(x) = -x^2 + x^2 \ln x$    f)  $f(x) = \ln \left| \frac{x+1}{x-1} \right|$

**Problème 1 :**

Le plan est muni d'un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  et 2cm représente 1 unité sur chaque axe.

Soit la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{\ln x}{1+\ln x}$  et (Cf) sa représentation graphique.

1. Déterminer l'ensemble de définition Df de .
2. Déterminer les nombres réels  $a$  et  $b$  tels que pour tout  $x$  de Df ;  $f(x) = a + \frac{b}{1+\ln x}$ .
3. Calculer les limites de  $f$  aux bornes de Df et interpréter les résultats obtenus.
4. a) Déterminer la fonction dérivée  $f'$  de  $f$ .  
b) En déduire le sens de variation de  $f$  et dresser son tableau de variation .
5. a) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $f(x) = \frac{1}{2}$   
b) Déterminer une équation de la tangente (T) à (Cf) au point d'ordonnée  $\frac{1}{2}$
6. Construire la tangente (T) et la courbe (Cf).

**Problème 2 :**

Soit la fonction de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}$  définie par :

$$f(x) = -\frac{x}{2} + \ln \left( \frac{x-1}{x} \right).$$

On appelle (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

- 1.a. Déterminer le domaine de définition Df de  $f$ .  
b. Trouver les limites de  $f(x)$  aux bornes de Df.
- 2.a. Déterminer la dérivée  $f'(x)$  de  $f$  et étudier le signe de  $f'(x)$ .  
b. Dresser le tableau de variation de la fonction  $f$ .
- 3.a. Montrer que la droite  $(\Delta)$  d'équation  $y = -\frac{x}{2}$  est une asymptote oblique à (C) en  $+\infty$  et en  $-\infty$ . Indiquer les autres asymptotes.  
b. Préciser la position de (C) par rapport à  $(\Delta)$  sur les intervalles de Df.

4. Montrer que le point  $I \left( \frac{1}{2}; -\frac{1}{4} \right)$  est centre de symétrie pour (C).

5. Tracer les asymptotes et la courbe (C).

« L'ignorant affirme, le savant doute, le sage réfléchit » Aristote

INSPECTION D'ACADÉMIE DE SAINT-LOUIS

ANNÉE SCOLAIRE 2018/2019

LYCÉE DE CAS-CAS

TERMINALES L

M. FALL

SÉRIE D'EXERCICES SUR :  
CHAPITRE VI : FONCTION EXPONENTIELLE

**Exercice 1 :**

Résoudre les équations et inéquations suivantes :

a)  $e^{2x} - 2e^x - 8 = 0$  ; b)  $e^{3x+1} = e^{-x+3}$  ;

c)  $\frac{e^{x+1}}{e^{x-4}} = \frac{1}{2}$  ; d)  $2e^x - 5 + 2e^{-x} = 0$  ;

e)  $e^{-x} \geq 1$  ; f)  $e^{-2x} \leq e^x$  ;

g)  $(e^x - 1)(e^{-x} - 4) < 0$  ; h)  $e^{2x} + 2e^x - 3 \leq 0$

**Exercice 2 :**

I) Soit  $P(x) = x^3 + x^2 - 9x - 9$ .

1) Vérifier que 3 est racine de  $P(x)$ .

2) Factoriser  $P(x)$  puis résoudre dans  $\mathbb{R} : P(x) = 0$ .

3) Résoudre dans  $\mathbb{R} :$

a)  $(\ln x)^3 + (\ln x)^2 - 9 \ln x - 9 = 0$ ;

b)  $e^{3x} + e^{2x} - 9e^x - 9 = 0$ .

4) Résoudre dans  $\mathbb{R} :$

a)  $(\ln x)^3 + (\ln x)^2 - 9 \ln x - 9 \geq 0$ ;

b)  $e^{3x} + e^{2x} - 9e^x - 9 \geq 0$ .

II) Résoudre dans  $\mathbb{R}^2 :$

1)  $\begin{cases} e^x + e^y = 2 \\ 3e^x - e^y = 1 \end{cases} ; 2) \begin{cases} \ln x + \ln y = 3 \\ (\ln x)(\ln y) = 2 \end{cases}$

**Problème 1 : Bac L, 2002.**

Soit  $f$  la fonction définie par :  $f(x) = 2 + \frac{1}{e^x - 1}$ .

1) Déterminer l'ensemble de définition Df de  $f$  et étudier les limites aux bornes de cet ensemble.

2) a) Déterminer la dérivée  $f'(x)$  de  $f$ .

- b) Etudier le sens de variation de la fonction  $f$ .
- c) Dresser le tableau de variation de la fonction  $f$ .
- 3) On appelle (Cf) la courbe représentative de  $f$  dans le plan muni d'un repère  $(0; \vec{i}; \vec{j})$  (unité : 2cm).
- a) Trouver une équation de la tangente (T) à la courbe (Cf) au point  $x_0 = \ln 2$ .
- b) Montrer que le point  $A(0; \frac{3}{2})$  est un centre de symétrie pour (Cf).
- c) Déterminer le point d'intersection  $I$  de la courbe (Cf) avec l'axe des abscisses.
- 4) Tracer la droite (T) et la courbe (Cf) dans le repère  $(0; \vec{i}; \vec{j})$ .

### **Problème 2 :**

Soit  $f$  la fonction définie par :  $f(x) = x - 2 + \frac{1}{e^x}$  et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormal  $(0; \vec{i}; \vec{j})$ . L'unité de longueur est 2cm.

- 1) a) Calculer la limite de  $f$  en  $+\infty$ .
- b) Vérifier que, pour tout réel  $x$  non nul, 
$$f(x) = x \left( 1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{xe^x} \right)$$
- c) En déduire que  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$  (on suppose que  $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$ ).
- 2) a) Etudier les variations de  $f$ .
- c) Dresser le tableau de variation de  $f$ .
- 3) a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 2)]$

b) En déduire que la droite (D) d'équation  $y = x - 2$  est une asymptote oblique à (C) quand  $x$  tend vers  $+\infty$ .

- 4) Etudier suivant les valeurs de  $x$ , la position de (C) par rapport à (D).
- 5) Tracer (C) et (D) dans le même repère.

### **Problème 3 :**

Soit  $f$  la fonction numérique définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2} - \frac{5}{4}.$$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormal  $(0; \vec{i}; \vec{j})$  : unité 4cm sur (Ox) et 2cm sur (Oy).

- 1) Déterminer les limites de  $f$  en  $-\infty$  et  $+\infty$ .
- 2) Montrer que  $f$  est une fonction paire. Qu'en déduire pour la courbe (C)?
- 3) Soit  $f'$  la fonction dérivée de  $f$ .
- a) Montrer que  $f'(x) = \frac{(e^x - 1)(e^x + 1)}{2x^2}$ .  
On rappelle que  $e^{-x} = \frac{1}{e^x}$ .
- b) Montrer que  $f'(x)$  est du signe de  $(e^x - 1)$ . Dresser alors le tableau de variation de  $f$ .
- c) Calculer la limite suivante :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ . Que peut-on conclure ?
- 4) Déterminer les points d'intersection de (C) avec l'axe (Ox) et donner les équations des tangentes à (C) en ces points.
- 5) Construire (C) et les tangentes.

---

*Si tu veux être doté d'un grand intellect alors il faut d'abord commencer par être correct. Si tu ne veux pas avoir de regrets alors il ne faut jamais faire le mal de ton gré. Être discret ne doit pas t'empêcher d'être concret. Les décrets divins sont certes d'ordre secret mais ton devoir c'est d'être prêt et de ne jamais observer d'arrêt.*

**Chapitre VII : Statistique à deux variables**

**Exercice 1 :** On donne la série statistique à deux variables :

|   |     |     |     |     |    |
|---|-----|-----|-----|-----|----|
| x | 1,2 | 1,4 | 1,6 | 1,8 | 2  |
| y | 13  | 12  | 14  | 16  | 20 |

1-a) Représenter le nuage de points et le point moyen  $G(\bar{x}; \bar{y})$ .

b) Calculer la covariance  $Cov(x; y)$  de x et y.

c) Calculer le coefficient de corrélation de x et y. Interpréter le résultat obtenu.

2-a) Donner l'équation de la droite de régression de y en x ( $D_{y/x}$ ) et sa représentation graphique.

b) En déduire une estimation de y pour  $x=3,2$ .

**Exercice 2 :** Le tableau ci-dessous donne le poids en kg d'un nourrisson, x jours après sa naissance.

|   |      |      |      |      |      |      |      |
|---|------|------|------|------|------|------|------|
| x | 5    | 7    | 10   | 14   | 18   | 22   | 26   |
| y | 3,61 | 3,70 | 3,75 | 3,85 | 3,90 | 4,05 | 4,12 |

1-a) Représenter le nuage de points et le point moyen G.

b) Calculer la covariance  $Cov(x; y)$  de x et y.

c) Calculer le coefficient de corrélation de x et y. Interpréter le résultat obtenu.

2-a) Donner l'équation de la droite de régression de y en x ( $D_{y/x}$ ) et sa représentation graphique.

b) Déduire une estimation du poids du nourrisson 30 jours après sa naissance.

**Exercice 3 :** Le tableau ci-dessous donne le relevé des six mois précédents d'une entreprise : x est quantité en tonne de matières premières utilisées et y le chiffre d'affaire en million de francs.

|                |     |     |     |     |     |    |
|----------------|-----|-----|-----|-----|-----|----|
| Numéro du mois | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6  |
| x              | 0,9 | 1,2 | 0,6 | 0,5 | 1,4 | 1  |
| y              | 37  | 40  | 33  | 33  | 41  | 35 |

1-a) Représenter le nuage de points et le point moyen G.

b) Calculer la covariance  $Cov(x; y)$  de x et y.

c) Calculer le coefficient de corrélation de x et y. Interpréter le résultat obtenu.

2-a) Donner l'équation de la droite de régression de y en x et sa représentation graphique.

b) Déduire une estimation du besoin en matières premières pour un chiffre d'affaire de 49000000.

**Exercice 4 :** (Extrait du Bac L 1<sup>er</sup> groupe, Sénégal, 2008)

Les importations d'un pays se chiffrent en moyenne à 1154 milliards de francs CFA par an. Le tableau suivant donne en chiffres les importations de ce pays de 2000 à 2007.

|   |      |      |      |      |      |      |      |      |
|---|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Année                                       | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 |
| Rang de l'année x                           | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    |
| Montant en milliards y FCA des importations | 907  | 1025 | 1025 | 1092 | 1095 | 1217 | k    | 1469 |

- 1) Trouver la valeur de k.
- 2) On suppose que k est égal à 1402.
- 3) a) Construire le nuage de points correspond au tableau ci-dessus dans un repère orthogonal avec x en abscisse et y en ordonnée.  
Echelle : 1 cm pour 1 ; en ordonnée 1 cm pour 150.
- b) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y.
- c) Déterminer une équation de la droite de régression de y en x.
- d) En supposant que l'évolution se poursuit de la même façon, estimer le montant des importations dans ce pays en 2012.

---

« Il est prouvé que fêter les anniversaires est bon pour la santé. Les statistiques montrent que les personnes qui en fêtent le plus deviennent les plus vieilles. » Den Hartog