UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR 1/2
OFFICE DU BACCALAUREAT
Téléfax (221) 824 65 81 - Tél. : 824 95 92 - 824 65 81

15 T 37 A 01
Durée : 4 heures
Série : G – Coef. 5
Epreuve du 1er groupe

MATHEMATIQUES

EXERCICE 1 **(05 points)**

Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$.

Calculer $|A|$, le déterminant de A. **(0,5 pt)**

1) Déterminer A^{-1}, l'inverse de la matrice A, par la méthode du pivot de Gauss. **(03 pts)**

2) Soit le système (E) $\begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ 2x - y + 5z = 6 \\ x + 2y - 3z = 0 \end{cases}$

a) Donner l'écriture matricielle de (E). **(0,5 pt)**

b) En déduire la résolution de (E) dans $\mathbb{R}^3$. **(1 pt)**

EXERCICE 2 **(04 points)**

Un atelier produit des articles de type A et des articles de type B. On note x le nombre d'articles de type A produits et y le nombre d'articles de type B produits. Les contraintes de la production sont données

par le système suivant : $\begin{cases} 6x + 2y \leq 36 \\ 5x + 5y \leq 40 \\ 2x + 4y \leq 28 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$ et la fonction profit de la production est $f = 5x + 3y$.

Déterminer, par l'algorithme du simplexe, le nombre d'articles de type A et le nombre d'articles de type B que cet atelier doit produire pour s'assurer un profit maximal.

Epreuve du 1er groupe

PROBLEME **(11 points)**

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x^2 - 3)\, e^{-x}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, (unité : 1 cm).

1) **a)** Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. **(0,25) (0,25)**

b) Préciser l'asymptote de (C) et étudier la branche infinie en - ∞ de (C). **(0,25) (0,5)**

2) **a)** Calculer f'(x) . **(0,5 pt)**
b) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation f'(x) = 0. **(0,5 pt)**
c) Dresser le tableau de variation de f. **(0,75 pt)**

3) **a)** Déterminer les points d'intersection de (C) avec l'axe des abscisses. **(0,5 pt)**
b) Déterminer le point d'intersection E de (C) avec l'axe des ordonnées. **(0,25 pt)**
c) Donner une équation cartésienne de la tangente (T) à (C) en E. **(0,75 pt)**

4) **a)** Montrer que la restriction de f à l'intervalle J = [-1, 3] est une bijection de J dans un intervalle K, à préciser. **(0, 5 pt) (0,5 pt)**

b) Calculer $(f^{-1})'(-3)$. **(0,5 pt)**

5) On note (C') la courbe de f^{-1} dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, tracez (C), (T) et (C') dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. **(01) (0,25) (0,5) = (01, 75 pts)**

6) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation f (x) = m, $m \in \mathbb{R}$. **(01 pt)**

7) Soit la fonction F définie sur $\mathbb{R}$, par $F(x) = (ax^2 + bx + c)\, e^{-x}$.

a) Déterminer a, b et c pour que F soit une primitive de f sur $\mathbb{R}$. **(0,75 pt)**

b) Pour $\alpha > 3$, calculer $A(\alpha) = \int_3^{\alpha} f(x)\,dx$ et donner une interprétation géométrique de $A(\alpha)$.

(01 pt)

8) Calculer : $\lim\limits_{\alpha \to +\infty} A(\alpha)$. **(0,5 pt)**