

Composition de Mathématiques du Premier Semestre

Durée : 3h

Exercice 1 : (7pts)

1) On pose $A = (\sqrt{6} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - 2)(\sqrt{2 + \sqrt{3}})$

- a) Quel est le signe de A? Calculer A^2 . (0,5pt+1pt)
b) En déduire une écriture simple de A. (1pt)

2) Soit $X = \sqrt{12 - 3\sqrt{7}} - \sqrt{12 + 3\sqrt{7}}$

- a) Déterminer le signe de X. Calculer X^2 . (0,5pt+1pt)
b) En déduire une écriture simple de X. (1pt)

3) Simplifier $Y = \sqrt{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}\sqrt{2+\sqrt{2-\sqrt{2}}}\sqrt{2-\sqrt{2-\sqrt{2}}}$

(1,5pt)

4) Simplifier $Z = \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}\right) : \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{1 - \frac{1}{3}}\right)$

(1,5pt)

Exercice 2 : (2,5pts)

Soit x et y deux réels tels que : $x + y = 1$.

- 1) Exprimer y en fonction de x (0,5pt)
2) Démontrer que l'on a : $x^2 + y^2 = 1 - 2xy$ (1pt)
3) En déduire que l'on a : $x(x - 1) + y(y - 1) = -2xy$ (1pt)

Exercice 3 : (2pts)

On considère deux réels a et b tels que : $-1,5 \leq a \leq -1$ et $-3 \leq b \leq -2$

Encadrer a + b, a - b, ab et $\frac{a}{b}$. (4x0,5pt)

Exercice 4 : (8,5pts)

Soit ABCD un quadrilatère. I et J les points de [AB] tels que $AI = IJ = JB$.

K et L les de [CD] tels que : $CK = KL = LD$; on désigne par M, N, O et P les milieux respectifs des segments [AD], [IL], [JK] et [BC].

- 1) Faire la figure (1pt)
2) a) Justifier que $I = \text{bary}\{(A; 2); (B; 1)\}$; et $J = \text{bary}\{(A, 1); (B; 2)\}$ (2x0,5pt)
b) Justifier que $K = \text{bary}\{(C; 2); (D; 1)\}$; et $L = \text{bary}\{(C; 1); (D; 2)\}$ (2x0,5pt)
3) Soit $G = \text{bary}\{(A; 2), (B; 1); (C; 1); (D; 2)\}$
a) Montrer G est le milieu de [LI] et aussi que $G = \text{bary}\{(M; 4); (P; 2)\}$ (1pt+0,5pt)
b) En déduire que les points M, N ; et P sont alignés. (1pt)
4) soit $H = \text{bary}\{(A; 1); (B; 2)(C; 2); (D; 1)\}$
a) Montrer que H est le milieu de [JK] et aussi que $H = \text{bary}\{(M; 2); (P; 4)\}$. (1pt+0,5pt)
b) En déduire que les points O, M et P sont alignés (1pt)
c) En déduire de ce qui précède que les points O, M, N et P sont alignés. (0,5pt)

Bonne Chance