UNIVERSITÉ CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR 1/ 2

□□□□

OFFICE DU BACCALAUREAT

E.mail : office@ucad.edu.sn

Site web : officedubac.sn

22G21NB0129

Durée: 2Heures

Séries :S1-S1A-S3

coef 8

Epreuve du 2eme groupe

MATHEMATIQUES

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée unique par clavier sont autorisées. Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites. Leur utilisation sera considérée comme une fraude
(Cf. Circulaire n° 5990/OB/DIR. du 12 08 1998).

EXERCICE 1 : (07 points)

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$, on considère les points $A(2,4,1)$, $B(0,4,-3)$, $C(3,1,-3)$, $D(1,0,-2)$, $E(3,2,-1)$ et le vecteur $\vec{n}(12,12,-6)$.

Pour chacune des sept affirmations suivantes, dire en justifiant si elle est vraie ou si elle est fausse.

1. Une équation du plan (ABC) est : $2x+2y-z-11=0$. **1 pt**
2. Le point E est le projeté orthogonal de D sur le plan (ABC). **1 pt**
3. Les droites (AB) et (CD) sont orthogonales. **1 pt**
4. La droite (CD) est donnée par la représentation suivante : $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-1+t \\ z=1-t \end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$. **1 pt**
5. Le point A est sur la droite (CD). **1 pt**
6. $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=\vec{n}$. **1 pt**
7. Le vecteur $\vec{n}$ est normal au plan (ABC). **1 pt**

EXERCICE 2 : (06 points)

Dans le plan orienté $\mathbb{P}$, on considère un rectangle ABCD tel que :$(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})=\frac{\pi}{2}[2\pi]$ et AB $=$ 2 AD.

Soit I le milieu de [AB], J le milieu de [BD] et (C) le cercle circonscrit au rectangle ABCD .

Soit f la similitude directe qui transforme B en I et I en D .

1. Déterminer le rapport k et l'angle θ de f. **1,5 pt**
2. Soit $(\mathbf{E_1})$ l'ensemble des points M du plan tels que : $(\overrightarrow{MB},\overrightarrow{MI})=-\frac{\pi}{4}[2\pi]$.
   - **a)** Justifier que C appartient à $(\mathbf{E_1})$ **.** **0,75 pt**
   - **b)** Déterminer et construire $(\mathbf{E_1})$. **1 pt**
3. Soit $(\mathbf{E_2})$ l'ensemble des points M du plan tels que $(\overrightarrow{MB},\overrightarrow{MD})=-\frac{\pi}{2}[2\pi]$.
   Déterminer et construire $(\mathbf{E_2})$. **1 pt**
4. Déduire des questions précédentes le centre de f. **1 pt**
5. Soit A' $=f$(A) .
   Montrer que D est le milieu de [A'I] puis construire le point A' . **0,75 pt**

EXERCICE 3 : (07 points)

Soit $p \in \mathbb{N}$. On considère la suite $(S(p,n))$ $n \in \mathbb{N}^*$ définie par :

$$S(p,n) = \frac{1}{(n+1)^p} + \frac{1}{(n+2)^p} + \cdots + \frac{1}{(2n)^p}.$$

1. Calculer $S(1\,,2)$ et $S(2\,,1)$. **2 pts**

2. Montrer que si $p \geq 2$, alors $\lim\limits_{n \to +\infty} S(p,n) = 0$. **1 pt**

3. Montrer que $\left(S(1\,,n)\right)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est croissante et majorée. **1 pt**

4. Soit f la fonction définie sur $[0\,,1]$ par $f(x) = \frac{1}{1+x}$.

   a) Montrer que pour tout $n \geq 2$ et $k \in [0\,,n-1]$, on a : $\frac{1}{n} f\left(\frac{k+1}{n}\right) \leq \int_{\frac{k}{n}}^{\frac{k+1}{n}} f(x)dx \leq \frac{1}{n} f\left(\frac{k}{n}\right)$. **1 pt**

   b) En déduire que : $S(1,n) \leq \int_0^1 f(x)dx \leq S(1,n) + \frac{1}{2n}$. **1 pt**

   c) Déterminer alors la limite de la suite $(S(1,n))$. **1 pt**